Leçon 1: Fondements de la théorie du consommateur

MESSAN Mabea Fulgence

02-06-2017
1.0

Table des matières

Objectifs

- Connaître les préférences du consommateur;
- Déterminer le choix de consommation de l'agent.

Préférences du consommateur

I

La description des préférences du consommateur est une étape indispensable pour expliquer le choix de l'agent. Il existe deux façons de le faire :

L'approche cardinale de l'utilité (Auteurs néoclassiques du XIXe siècle : Stanley Jevons, Karl Menger, Léon Walras. L'utilité peut être mesurée par un indicateur. C'est une approche inutilement restrictive.

L'approche ordinale de l'utilité (Pareto, Slutsky, Hicks, Samuelson). Il s'agit de classer et de comparer les situations possibles d'utilité ressentie, et donc d'ordonner l'ensemble des choix possibles.

1. Approche cardinale de l'utilité

Illustration de l'utilité

Soit une fonction d'utilité $U = u(x_1) + v(x_2)$

Quantité de (x_1)	Utilité procurée par (x_1)	Quantité de (x_2)	Utilité procurée par (x_2)
0	0	0	0
1	12	1	20

2	20	2	30
3	27	3	37
4	33	4	41
5	36	5	43
6	38	6	44
7	39	7	

- Il est possible de calculer l'utilité totale et l'utilité marginale.

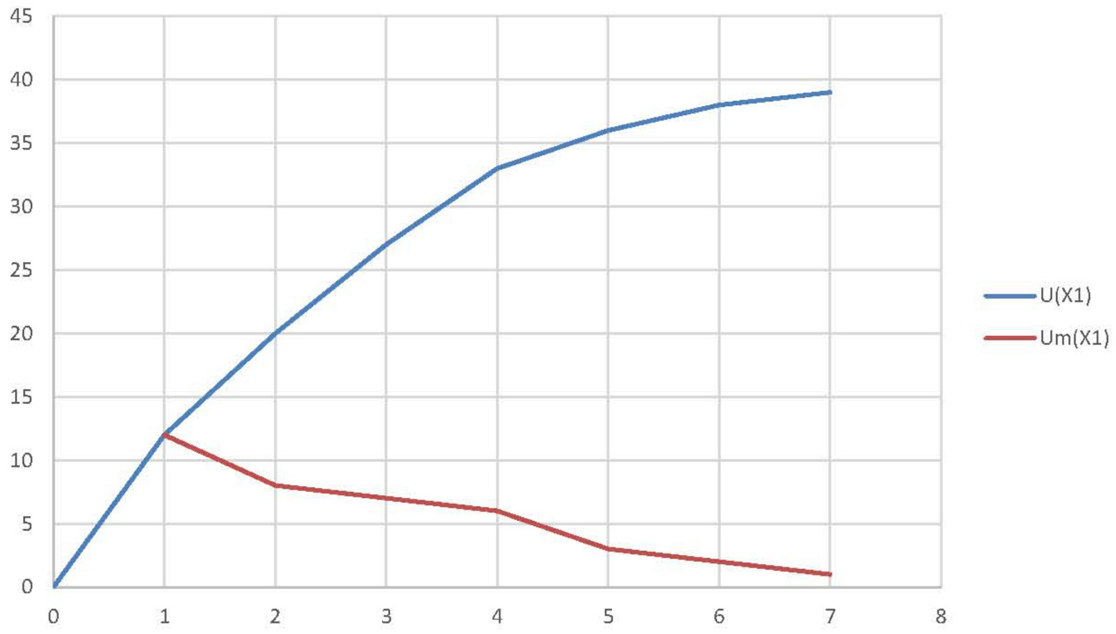
Utilité totale et utilité marginale

- *Utilité totale* : satisfaction globalement retirée de la consommation de l'ensemble des biens.
  $U(x_1; x_2) = u(x_1) + v(x_2)$
  Pour x_1=4 et x_2=2, U(4; 2) = 33+30 = 63
- *Utilité marginale* : l'accroissement d'utilité ajouté par la consommation d'une unité supplémentaire du bien, les quantités consommées des autres biens étant inchangées.
  $u_m(x_1) = u_m(x_1+1) - u(x_1)$

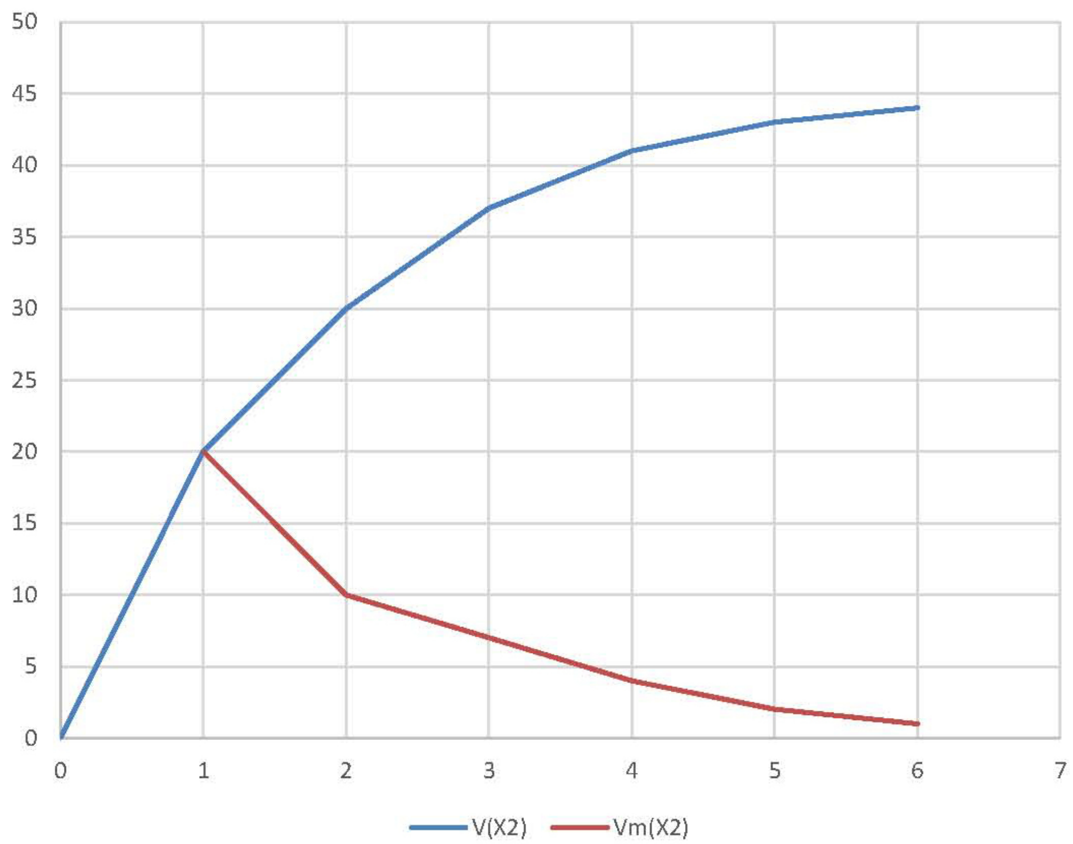
Calcul des utilités totales et marginales

X1	U(X1)	Um(X1)	X2	V(X2)	Vm(X2)
0	0		0	0	
1	12	12	1	20	20
2	20	8	2	30	10
3	27	7	3	37	7
4	33	6	4	41	4
5	36	3	5	43	2
6	38	2	6	44	1
7	39	1			

Représentation graphique des utilités totale et marginale du bien X1



Représentation graphique des utilités totale et marginale du bien X2



Hypothèse de décroissance de l'utilité marginale

- L'examen des courbes d'utilité marginale laisse transparaître que l'utilité marginale du bien diminue à mesure que la quantité consommée de ce bien augmente (première loi de GOSSEN).
- L'hypothèse de décroissance de l'utilité marginale traduit l'idée selon laquelle lorsqu'on

dispose d'une petite quantité d'un certain bien, une unité supplémentaire de ce bien apportera un supplément de satisfaction plus important que si on dispose déjà d'une quantité importante du bien en question.

Biens divisibles et biens indivisibles

- Les biens sont dits indivisibles lorsque la quantité achetée est un nombre entier naturel.
  $x_i \in$ N
  Avec $x_i=\{0, 1,2,...., n\}$

Exemple

Exemple de bien durable : voiture.

- Les biens sont dits **divisibles** lorsque les quantités consommées sont susceptibles de varier de manière continue. Les quantités achetées apparaissent de ce fait comme des nombres réels.

$x_i \in R^{+}{}_{*}$

Par conséquent, la fonction d'utilité U = $u(x_1) + v(x_2)$ est définie sur l'ensemble des nombres réels positifs et on peut calculer la différentielle totale de U tel que :

$$dU = u'(x_1)dx_1 + v'(x_2)dx_2$$

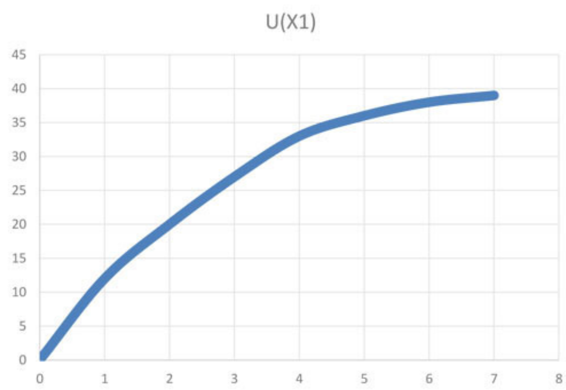
La consommation du bien 2 étant inchangée (clause ceteris paribus), on parvient à l'approximation que :

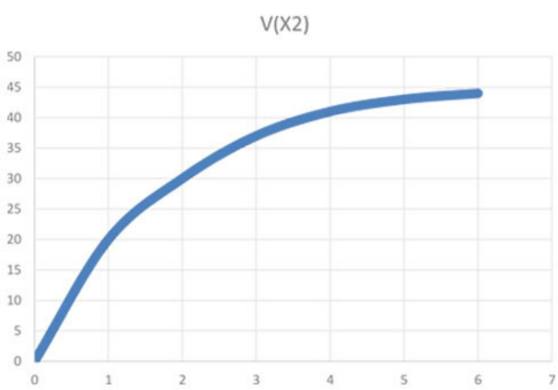
$\Delta U u'(x_1)\Delta x_1$

Il en résulte que $u'(x_1)$ est l'utilité marginale du bien 1.

L'hypothèse de décroissance de l'utilité marginale signifie que la dérivée première diminue lorsque la quantité du bien augmente. La dérivée première est une fonction décroissante et la dérivée seconde est négative. $u''(x_i)$<0

En résumé, les fonctions $u(x_i)$ sont des **fonctions croissantes** et **concaves** et dont les **dérivées** représentent des **utilités marginales**.





2. Approche ordinale de l'utilité

Pour tout couple de vecteurs de consommation, le consommateur peut faire état d'une préférence pour l'un ou l'autre de ces vecteurs ou éventuellement de les trouver équivalents. On dira dans ces conditions que les préférences sont complètes.

Soit une relation binaire de préférence () définie sur R^n

La relation est :

Complète : soit $x^1 \geq x^2$, soit $x^2 \geq x^1$

Réflexive : soit $x \geq x$,

Transitive : $x^1 \geq x^2$ et $x^2 \geq x^3$ alors $x^1 \geq x^3$

Le principe de la rationalité du consommateur est de ce fait démontré par l'hypothèse de la transitivité des préférences.

Lorsque la relation binaire vérifie ces trois conditions, elle définit un **préordre complet**.

La théorie ordinale de l'utilité fait donc l'hypothèse que les préférences des consommateurs correspondent à un préordre complet.

La relation de préordre complet peut être associée à une relation d'équivalence ().

$x^1x^2x^1x^2$ et x^2x^1 (complétude)

De même

x^1x^2 et $x^2x^3x^1x^3$ (transitivité)

Ainsi :

$U(x^1)>U(x^2)x^1x^2$

$U(x^1)=U(x^2)x^1x^2$

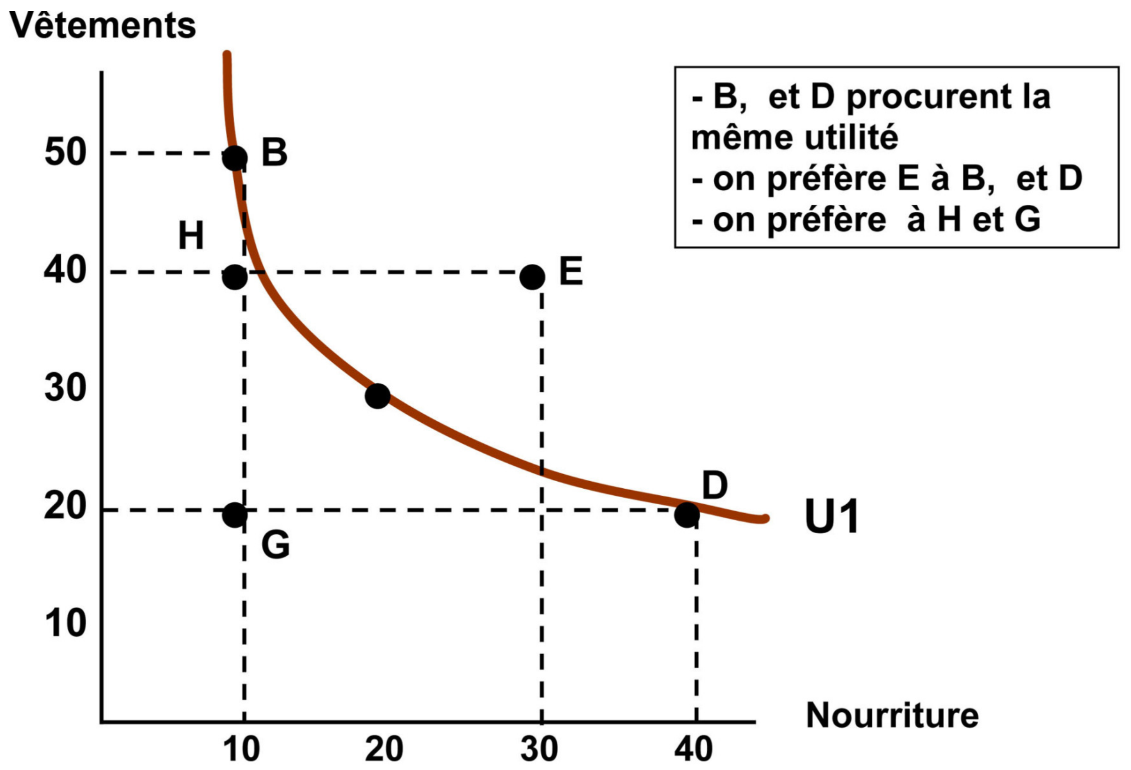
L'approche ordinale de l'utilité permet de construire des courbes d'indifférence.

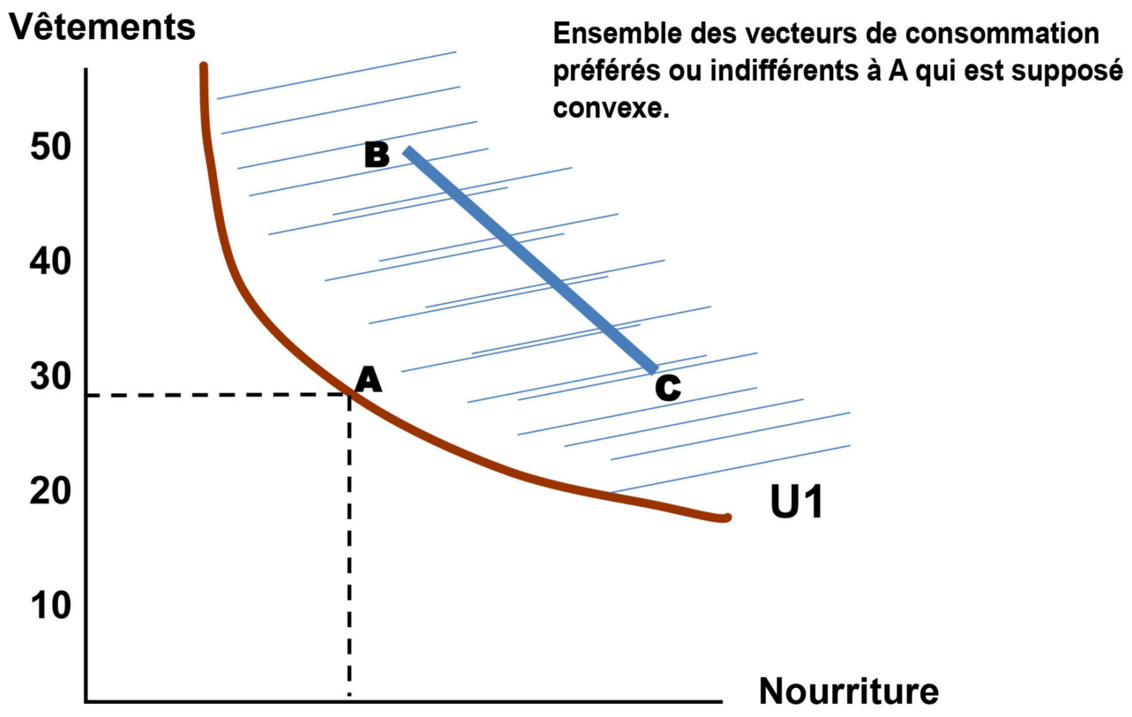
Courbes d'indifférence

On appelle courbe ou surface d'indifférence, un ensemble de vecteurs de consommation indifférents deux à deux.

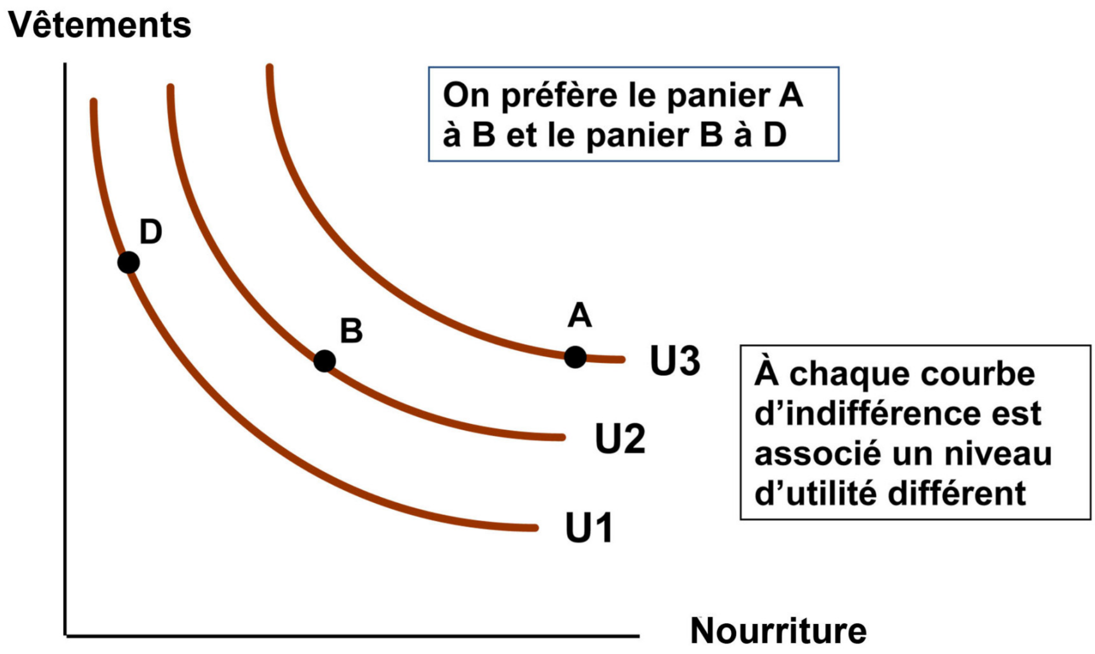
- Il existe une infinité de courbes d'indifférence (carte d'indifférence) puisque par tout point passe une courbe d'indifférence qui relie les points qui lui sont indifférents.
- D'après l'hypothèse de non saturation des préférences, la satisfaction du consommateur augmente au fur et à mesure que l'on passe à des courbes d'indifférence situées plus haut vers la droite.
- Les courbes d'indifférence sont décroissantes et cela au regard de l'hypothèse de non saturation des préférences.
- Deux courbes d'indifférence ne peuvent se couper.

Panier	Nourriture	Vêtements
B	10	50
D	40	20
E	30	40
G	10	20
H	10	40

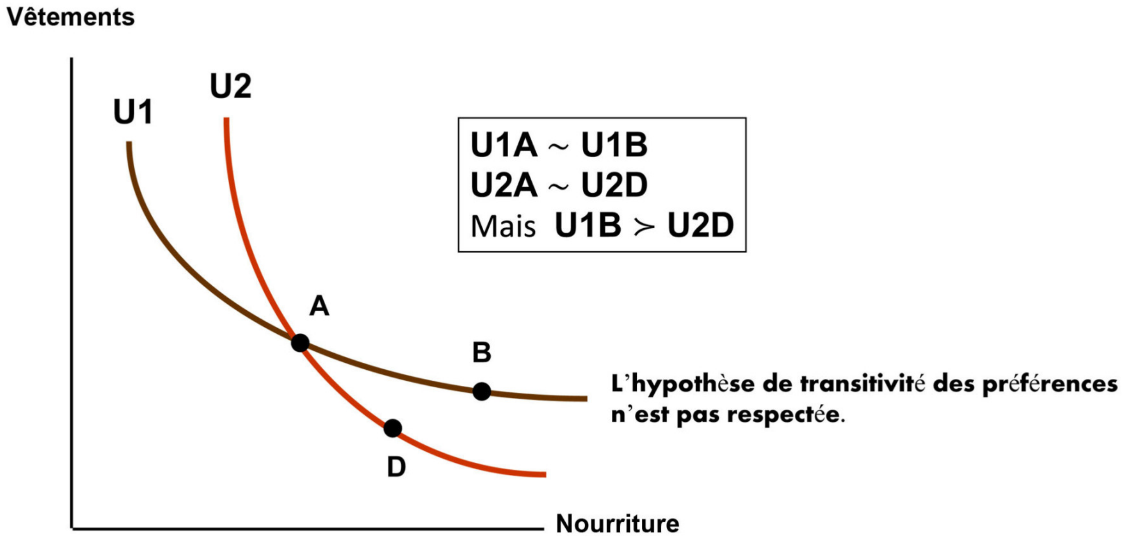




Carte d'indifférence



Deux courbes ne peuvent se croiser



Convexité de la courbe d'indifférence

L'hypothèse de la convexité de préférences peut être explicitée à l'aide de la notion du taux marginal de substitution.

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 = 0$$

$$-\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}}$$

La pente de la courbe d'indifférence (en valeur absolue) est égale au TMS du bien 2 au bien 1.

dx_1 et dx_2 sont des variations infinitésimales qui ne modifient pas la satisfaction du consommateur.

L'hypothèse de convexité des préférences signifie que le taux marginal de substitution du bien 2 au bien 1 diminue lorsqu'on se déplace le long d'une même courbe d'indifférence, en augmentant la consommation du bien 1 et en réduisant la consommation du bien 2.

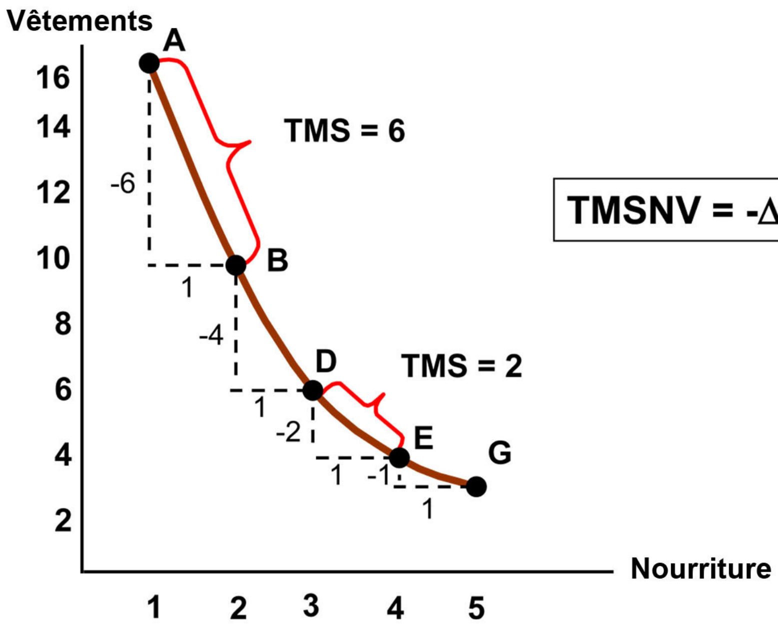
Ainsi, sur notre exemple, le TMS au point B est plus grand qu'au point E. en effet, au point B la pente est forte et

au point E la pente est faible.

NB. Il ne faut pas confondre l'hypothèse de la convexité des préférences fondée sur la décroissance du taux marginal de substitution avec l'hypothèse de la décroissance des utilités marginales introduite dans le cadre de la théorie de l'utilité cardinale.

L'hypothèse de la décroissance des utilités marginales n'a pas de sens économique dans le cadre de la théorie ordinale de l'utilité qui repose sur le choix de la fonction d'utilité.

Taux marginal de substitution



Choix de consommation

II

Il s'agit d'expliquer comment le consommateur va-t-il choisir le vecteur de consommation qu'il jugera le meilleur, compte tenu de son revenu et des prix auxquels les biens peuvent être achetés.

Deux approches sont possibles :

- L'approche par l'égalisation des utilités marginales pondérées par les prix ;
- L'approche par la règle de l'égalité du taux marginal de substitution et du rapport des prix.

1. Égalisation des utilités marginales pondérées par les prix

Le revenu de l'agent est donné par la relation : $R = x_1p_1 + x_2p_2$

Le vecteur de consommation optimal est caractérisé par la relation :

$$\frac{u_m(x_1)}{p_1} = \frac{u_m(x_2)}{p_2}$$

Démonstration

$$U = u(x_1) + v(x_2)$$

et $R = x_1p_1 + x_2p_2$

Ceci implique que : $x_2 = -\frac{p_1}{p_2}x_1 + \frac{R}{p_2}$

Donc

$$U = u(x_1) + v\left(\frac{R}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1\right)$$

$$\frac{dU}{dx_1} = u'(x_1) - \frac{p_1}{p_2}v'\left(\frac{R}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1\right) = 0$$

$$\frac{dU}{dx_1} = u'(x_1) - \frac{p_1}{p_2}v'(x_2) = 0$$

Généralisation de la règle des utilités marginales pondérées par les prix

Soit un vecteur de consommation : $x=(x_1, x_2,...,x,...x_n)$

Et la fonction d'utilité qui lui est associée : $U=U(x_1, x_2,...,x,...x_n)$

L'utilité marginale du bien h est donnée par :

$$u_m(x_h) = \frac{\partial U}{\partial x_h}(x_1, x_2, \dots, x_h, \dots x_n)$$

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1}dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2}dx_2 + \dots + \frac{\partial U}{\partial x_n}dx_n$$

si $dx_n=0$,

on a

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_h}dx_h$$

2. Egalité du taux marginal de substitution et du rapport de prix

Le consommateur choisit le vecteur de consommation qui maximise la fonction d'utilité en respectant la contrainte budgétaire.

$$\begin{cases} & U(x_1, x_2, \dots, x_h, \dots x_n) \\ \max & s.c. \\ & R = x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_np_n \end{cases}$$

La solution optimale est obtenue par la méthode du multiplicateur de Lagrange : $L=U(x_1, x_2,...,x_h,...x_n)+\lambda(R-x_1p_1-x_2p_2-...-x_np_n)$

Taux marginal de substitution

Le taux marginal de substitution du bien (k) au bien (h) est égal à la quantité additionnelle de bien (k) dont le consommateur doit disposer

pour compenser la réduction d'une unité de la consommation du bien (h), l'utilité étant maintenue constante.

Condition de premier ordre

$\frac{\partial L}{\partial x_h}(x_1, x_2, \dots, x_h, \dots x_n) = 0$ soit : $\frac{\partial U}{\partial x_h}(x_1, x_2, \dots, x_h, \dots x_n) - \lambda p_h = 0$

Ce qui implique :

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{p_1} = \frac{\frac{\partial U}{\partial x_2}}{p_2} = \cdots = \frac{\frac{\partial U}{\partial x_n}}{p_n} = \lambda$$

On retrouve la règle de l'égalisation des utilités marginales pondérées par les prix.

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial x_h}}{\frac{\partial U}{\partial x_k}} = \frac{p_h}{p_k} = TMS_{k/h}$$

Condition de second ordre

L'optimum est atteint si la dérivée première est nulle :

$$\frac{dU}{dx_1} = u'(x_1) - \frac{p_1}{p_2} v'\left(\frac{R}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1\right) = 0$$

L'optimum est un maximum si la dérivée seconde est négative :

$$\frac{d^2U}{dx_1^2} = u''(x_1) + \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 v''\left(\frac{R}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1\right) < 0$$

D'après les hypothèses, *u*''<0 et *v*''<0

Ce qui est important dans la fonction d'utilité **ce n'est pas de quantifier la satisfaction** mais plus simplement de représenter les préférences du

consommateur entre les différents vecteurs de consommation, c'est-à-dire **d'ordonner ces vecteurs**. D'où l'intérêt de l'approche ordinale de l'utilité.

C'est la logique de l'utilité ordinale qui est au cœur de la conception contemporaine de la théorie du consommateur.

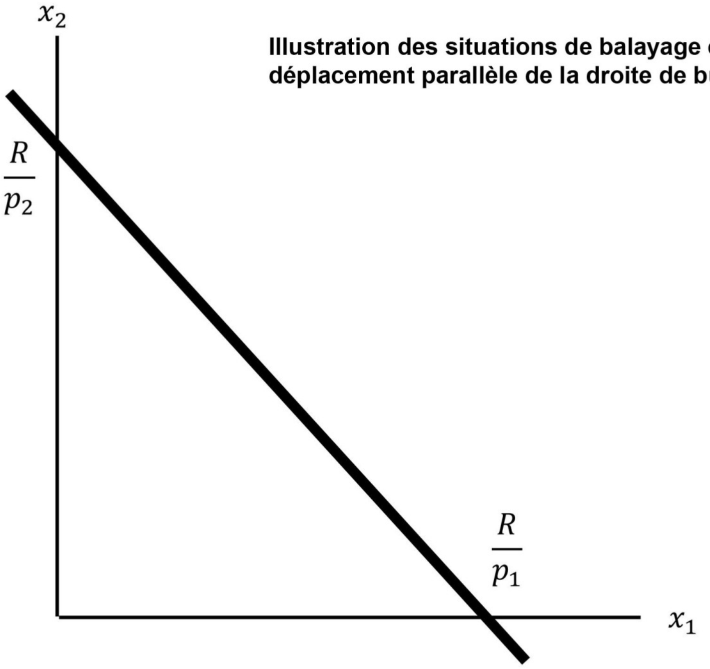
3. Equilibre du consommateur (optique de deux biens)

$$\begin{cases} & U(x_1, x_2) \\ \max & s.c. \\ & R = x_1 p_1 + x_2 p_2 \end{cases}$$

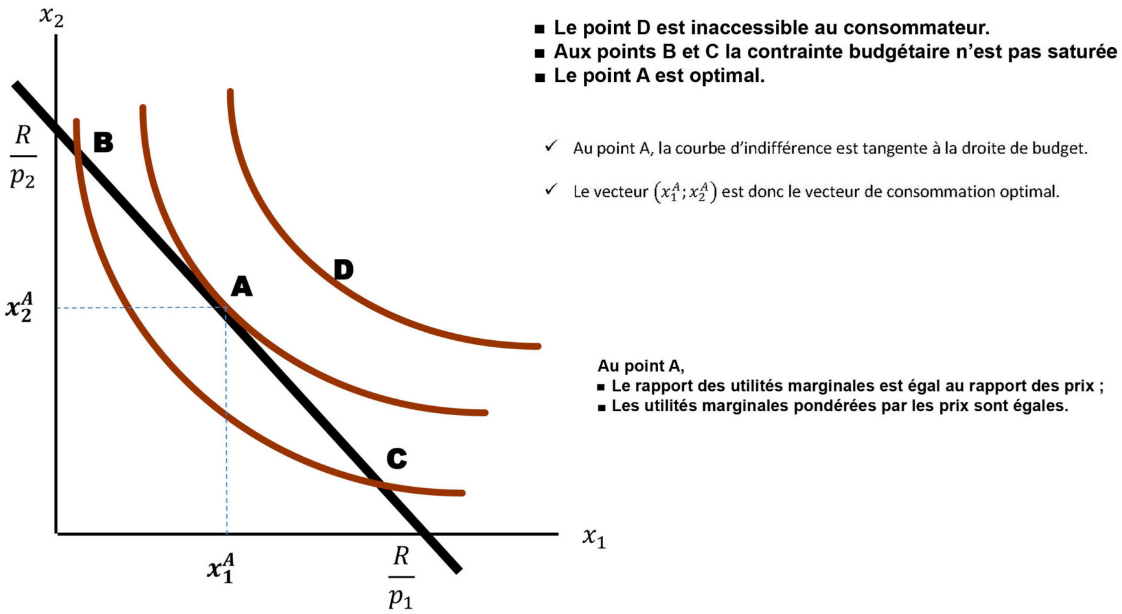
La droite de budget a pour équation :

$$x_2 = -\frac{p_1}{p_2} x_1 + \frac{R}{p_2}$$

Droite de budget



Equilibre



Solutions optimales

La résolution mathématique du programme de maximisation sous contrainte permet d'obtenir à l'équilibre des fonctions de demande marshalliennes :

$x_1^* = x_1(p_1, p_2, R)$

$x_2^* = x_2(p_1, p_2, R)$

$U^* = U(x_1^*; x_2^*)$