Cours sur la croissance économique

Dr. Michael Connolly

Professeur en économie à l'Université de Miami

Professeur en finance à l'Université de Hunan

Le modèle de croissance endogène de Lucas: investissement dans le capital humain

Dans un écrit célèbre, Robert Lucas explique comment les travailleurs investissent dans le capital humain. La fonction de production est la même que dans le cas où la technologie est une donnée exogène:

(4.1) $$Y = K^{\alpha}\left(AL\right)^{1-\alpha}$$

Ou A correspond a la valeur du capital humain par Travailleur

*Robert E. Lucas, Jr., (1988) "Dans le mécanisme du développement économique" Revue d'économie monétaire Juillet, (22):3-42. Note: Lucas a été le lauréat Prix Nobel d'économie en 1995.

Le modèle de croissance endogène de Lucas: investissement dans le capital humain

Cependant, le capital humain évolue selon la relation:

(4.2)
$$\dot{A} = (1-\mu)A$$

Ou μ est le temps de travail et $1-\mu$ le temps nécessaire pour l'accumulation de la compétence.

Remarque: un accroissement des compétences entraîne une augmentation du taux de croissance du capital humain:

(4.3)
$$\frac{\dot{A}}{A} = (1-\mu)$$

Le modèle de croissance endogène de Lucas: investissement dans le capital humain

Sur le sentier de croissance équilibrée, comme dans le modèle de technologie exogène de la croissance:

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{A}}{A} = (1-\mu) \qquad (4.4)$$

Le modèle de croissance endogène de Lucas: investissement dans le capital humain

Diviser (4.1) par $L = L^{\alpha} L^{1-\alpha}$ donne:

(4.5) $$y = \frac{Y}{L} = \frac{K^{\alpha}\left(AL\right)^{1-\alpha}}{L^{\alpha}L^{1-\alpha}} = k^{\alpha}A^{1-\alpha}$$

(4.6) par conséquent, si la population en constante:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} - \delta = \frac{sY}{L}\frac{L}{K} - \delta = \frac{sk^{\alpha}A^{1-\alpha}}{k} - \delta$$

Le modèle de croissance endogène de Lucas: investissement dans le capital humain

Ce qui donne l'équation fondamentale de l'accumulation du capital avec un accroissement du capital humain

(4.7) $$\dot{k} = sy - \delta k = sk^{\alpha} A^{1-\alpha} - \delta k$$

Pour déterminer le sentier de la croissance, il suffit que (4.7) soit égal à zéro:

$$sk^{\alpha} A^{1-\alpha} = \delta k$$

En divisant par k^{α} nous avons:

Le modèle de croissance endogène de Lucas: investissement dans le capital humain

$$sA^{1-\alpha} = \delta k^{1-\alpha}$$

Ou bien

$$k^{1-\alpha} = \frac{sA^{1-\alpha}}{\delta}$$

Ou bien

(4.8) $$k^{*} = \left(\frac{sA^{1-\alpha}}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = A\left(\frac{s}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Le modèle de croissance endogène de Lucas: investissement dans le capital humain

mais

$$A = A_0 e^{(1-\mu)t}$$

donc

(4.9)

$$k^*(t) = A_0 e^{(1-\mu)t} \left(\frac{s}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

De même,

Le modèle de croissance endogène de Lucas: investissement dans le capital humain

mais:

$$y = k^{\alpha} A^{1-\alpha}$$

Par conséquent:

$$y^* = \left[A \left(\frac{s}{\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right]^{\alpha} A^{1-\alpha} = A^{\alpha} A^{1-\alpha} \left(\frac{s}{\delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = A \left(\frac{s}{\delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

De même, $A = A_0 e^{(1-\mu)t}$, donc

Le modèle de croissance endogène de Lucas: investissement dans le capital humain

(4.10) $$y^*(t) = A_0 e^{(1-\mu)t} \left(\frac{s}{\delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$