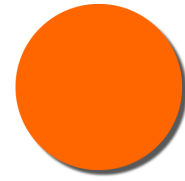


Leçon 2 : Modèle à équations simultanées

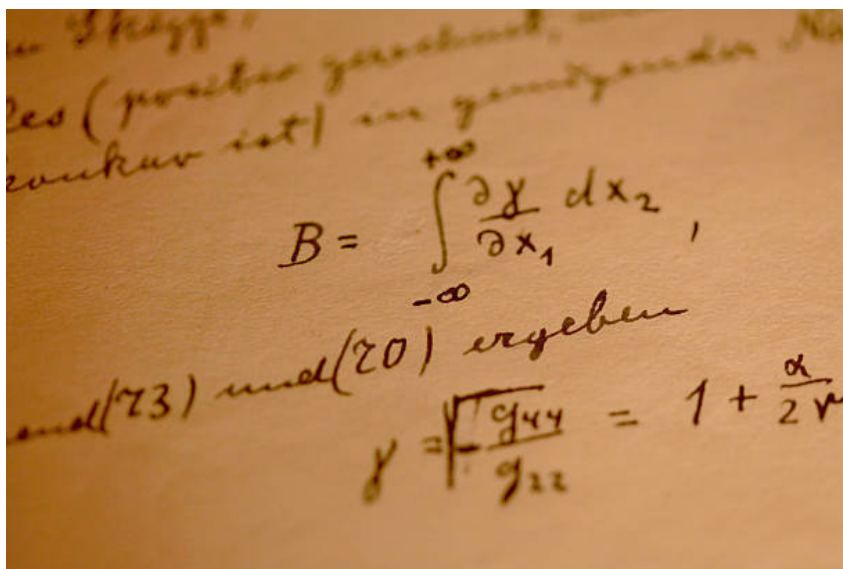
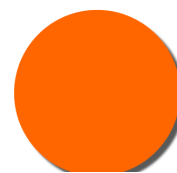
Prof KEHO

Table des matières



Introduction	3
I - Spécification d'un modèle d'équations simultanées	4
II - Conditions d'identification et méthodes d'estimation	5
III - Simulation de politiques dans un modèle d'équations simultanées	7
IV - Travaux pratiques	8

Introduction



Dans la réalité économique il est rare de modéliser un phénomène par une seule équation de comportement. En fait, les phénomènes macroéconomiques de quelque complexité sont décrits par un ensemble de variables qui interagissent les unes avec les autres de sorte que certaines variables explicatives d'une équation structurelle sont elles-mêmes expliquées dans d'autres équations. On parle de modèles à équations simultanées. A chaque variable endogène d'un modèle à équations simultanées est associée une équation structurelle.

Spécification d'un modèle d'équations simultanées

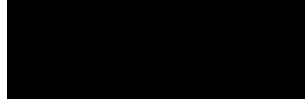


Considérons le modèle constitué des équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 C_t &= \alpha_0 + \alpha_1 Pib_t + \alpha_2 C_{t-1} + \varepsilon_{1t} & C_t &= \alpha_3 + \alpha_4 Pib_t + \alpha_5 C_{t-1} + \varepsilon_{2t} & C_t &= \alpha_6 + \alpha_7 Pib_t + \alpha_8 C_{t-1} + \varepsilon_{3t} \\
 I_t &= \beta_0 + \beta_1 Pib_t + \beta_2 C_t + \beta_3 I_{t-1} + \varepsilon_{4t} & (12.1) \quad I_t &= \beta_4 + \beta_5 Pib_t + \beta_6 C_t + \beta_7 I_{t-1} + \varepsilon_{5t} & (12.1) \quad I_t &= \beta_8 + \beta_9 Pib_t + \beta_{10} C_t + \beta_{11} I_{t-1} + \varepsilon_{6t} \\
 Pib_t &= \gamma_0 + \gamma_1 C_t + \gamma_2 I_t + \varepsilon_{7t} & Pib_t &= \gamma_3 + \gamma_4 C_t + \gamma_5 I_t + \varepsilon_{8t} & Pib_t &= \gamma_6 + \gamma_7 C_t + \gamma_8 I_t + \varepsilon_{9t}
 \end{aligned}$$



<p> C_t : la consommation privée ; I_t : l'investissement privé ; Pib_t : le PIB ; ε_{1t} : le terme d'erreur ; ε_{7t} : les dépenses publiques. </p>	<p> C_t : la consommation privée ; I_t : l'investissement privé ; Pib_t : le PIB ; ε_{2t} : le terme d'erreur ; ε_{8t} : les dépenses publiques. </p>	<p> C_t : la consommation privée ; I_t : l'investissement privé ; Pib_t : le PIB ; ε_{3t} : le terme d'erreur ; ε_{9t} : les dépenses publiques. </p>
--	--	--



Cette spécification, dont les équations traduisent les idées économiques qui les inspirent, est appelée la **forme structurelle** du modèle. Les coefficients que l'on souhaite pouvoir estimer ont généralement une signification économique.

Dans ce modèle la variable Pib_t apparaît comme variable explicative dans l'équation de la consommation (C_t) et dans celle de l'investissement (I_t). Elle intervient en tant que variable endogène lorsqu'on considère la dernière équation. De même, la variable C_t intervient dans la détermination de Pib_t . Ce double statut crée un problème d'endogénéité qui biaise l'estimation du modèle par la méthode des moindres carrés ordinaires. L'estimation des modèles à équations simultanées passe d'abord par l'identification des variables exogènes et prédéterminées et des variables endogènes. Ensuite, il faut examiner la possibilité de pouvoir estimer les paramètres du modèle. C'est la phase d'identification du modèle. Une fois ces deux étapes réalisées, on estime, si cela est possible, les équations structurelles du modèle par la méthode adéquate.

Conditions d'identification et méthodes d'estimation



Conditions d'identification

L'identification d'un modèle à équations simultanées désigne la possibilité d'estimer les paramètres structurels des différentes équations en partant des coefficients de la forme réduite. La forme réduite s'obtient en exprimant chaque variable endogène en fonction des seules variables exogènes et pré-déterminées. Chaque équation de la forme réduite vérifiant les hypothèses d'un modèle linéaire ordinaire peut être estimée par la méthode des moindres carrés. Les estimateurs des coefficients de la forme réduite sont alors sans biais et convergents. La difficulté est de pouvoir déterminer les coefficients structurels à partir des coefficients de la forme réduite ainsi que leurs écart-types respectifs. Il s'agit de résoudre un système d'équations non linéaires, qui peut ne pas avoir de solution ou, au contraire, avoir plusieurs solutions. Or, ce sont justement les coefficients structurels qui nous intéressent pour l'analyse des politiques économiques.

Pour qu'une équation structurelle d'un modèle à équations simultanées soit identifiable, il faut que le nombre de restrictions a priori sur cette équation soit supérieur ou égal au nombre d'équations, moins 1. Lorsque les restrictions ne sont que des restrictions d'exclusion, cette condition d'identification indique qu'il faut que le nombre de variables exclues de l'équation soit supérieur ou égal au nombre d'équations moins 1. Bien que cette condition soit nécessaire mais non suffisante, elle fournit le plus souvent la réponse correcte. En cas d'égalité, l'équation est dite exactement ou juste identifiée. Dans ce cas, il existe une solution unique pour les coefficients structurels à partir des coefficients de la forme réduite. Lorsque le nombre de variables exclues de l'équation est strictement supérieur au nombre d'équations moins 1, l'équation est dite sur-identifiée. Cela signifie qu'il existe plusieurs possibilités de déterminer les paramètres structurels à partir des coefficients de la forme réduite. Lorsque la condition énoncée n'est pas vérifiée pour une équation, le calcul des coefficients structurels est impossible : on dit que l'équation est sous-identifiée. Pour arriver à estimer cette équation, il faudrait la re-spécifier, soit en réduisant le nombre de variables (exogènes et/ou endogènes) figurant en explicatives, soit en augmentant le nombre total de variables exogènes et prédéterminées du modèle. En effet, si l'identification est une propriété associée à chaque équation, elle dépend globalement de l'ensemble du modèle. L'ajout d'une variable exogène à une équation structurelle peut rendre identifiable les autres équations structurelles.

La condition d'identification s'applique équation par équation. Elle constitue une phase importante pour le choix final de la méthode d'estimation. Nous allons examiner l'identification des équations du modèle précédent.

Le modèle comporte au total 6 variables y compris la constante. Cependant, du point de vue économétrique, on peut distinguer:

- 3 variables endogènes : C_t , I_t et Pib_t .
- 5 variables exogènes et prédéterminées: constante, G_t , r_t , C_{t-1} et I_{t-1} .

La détermination du statut économétrique des variables dans un modèle à équations

simultanées est une étape importante dans la mesure où elle a des implications sur l'identification du modèle.

La première équation est soumise à 4 restrictions d'exclusion tandis que la deuxième équation est soumise à 2 contraintes d'exclusion. La première équation est donc sur-identifiée et la deuxième est juste-identifiée. Il est donc possible d'estimer le modèle.

Méthodes d'estimation

Il existe plusieurs méthodes d'estimation d'un modèle à équations simultanées. Le choix de la méthode dépend des conditions d'identification. On peut utiliser les méthodes d'estimation suivantes :

- la méthode des doubles moindres carrés ;
- la méthode du maximum de vraisemblance ;
- la méthode des triples moindres carrés.

Le modèle précédent étant identifiable, nous allons utiliser la méthode des doubles moindres carrés en utilisant l'ensemble des variables exogènes et prédéterminées comme instruments.

Simulation de politiques dans un modèle d'équations simultanées



Il s'agit ici d'utiliser le modèle à équations simultanées pour simuler l'impact d'un jeu d'hypothèses sur les variables exogènes sur les variables endogènes. Par exemple, nous pouvons simuler l'impact d'une hausse des revenus de 10% sur l'évolution de l'économie sur les 10 prochaines années.

Travaux pratiques



Les travaux pratiques porteront sur l'estimation pratique d'un modèle à équations simultanées. Nous verrons ensuite comment utiliser ce modèle pour simuler des chocs de politiques économiques.