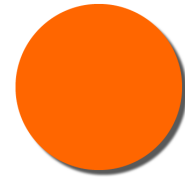


leçon 1 : Caractéristiques de position

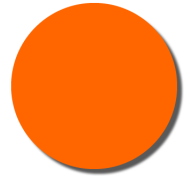
Prof NUAMA Ekou

Table des matières



Objectifs	3
Introduction	4
I - Détermination des quartiles (Q1 ; Q2; Q3).	5
II - Les caractéristiques de forme	7

Objectifs



Au terme de ce chapitre l'auditeur doit être capable de :

- Mesurer les inégalités dans la répartition des ressources dans la société
- Appréhender les caractéristiques de position que peuvent être les quantiles, les déciles, les quintiles, les déciles les centiles

Introduction



Pour mesurer les inégalités dans la répartition des ressources de la société, on peut utiliser les caractéristiques de position. Elles peuvent être déterminées, quelle que soit la nature de la variable. Dans le cas où la variable est qualitative, sa détermination est identique à celle de la médiane. Les caractéristiques de position sont les quartiles, les quintiles, les déciles et les centiles.

Les quartiles partagent l'effectif total en quatre parties égales. Les quintiles partagent l'effectif total en cinq parties égales. Quant aux déciles, elles partagent l'effectif total en dix parties égales. Enfin les centiles partagent en cent parties égales.

Détermination des quartiles (Q1 ; Q2; Q3).



Distributions statistiques discrètes

X_i	n_i	N_i ↗
X_1	n_1	n_1
X_2	n_2	$n_1 + n_2$
X_3	n_3	$n_1 + n_2 + n_3$
X_n	n_n	N

N_i ↗ effectif cumulé croissant

Q_1 occupe le rang $\frac{N}{4}$. Soit $\frac{N}{4}$ est compris entre X_1 et X_2 .

$$Q_1 = X_2$$

Q_2 = Médiane occupe le rang $\frac{N}{2}$

Si $\frac{N}{2}$ est compris entre X_2 et X_3 alors $Q_2 = X_3$

Q_3 occupe le $\frac{3N}{4}$

Si $\frac{3N}{4}$ est compris entre X_4 et X_5 alors $Q_3 = X_5$.

Déciles sont de (D_1 D_2 D_3 D_9)

Le ratio des déciles ou l'écart inter déciles

Ce ratio est toujours supérieur à 1, ce ratio augmente avec les inégalités dans la répartition des ressources. Si par exemple, dans une société donnée, on a que $\frac{D_9}{D_1} = 5$

Cela voudrait dire que dans cette société, le revenu des 10% les plus riches de la population est 5 fois plus supérieur au revenu de 10% les plus pauvres de cette population.

La détermination des déciles est identique à celle des quartiles.

Distributions statistiques continues

Les caractéristiques de forme



On a deux mesures de la forme d'une série statistique : la mesure de l'asymétrie et la mesure de l'aplatissement.

La mesure de l'asymétrie

Une distribution statistique est symétrique si $\bar{X} = Mo = Me$

la distribution statistique est asymétrique si $\bar{X} \neq Mo \neq Me$

Il y a une asymétrie avec un étalement vers la droite ou obliquité à gauche si et seulement si $\bar{X} > Me > Mo$. Cela voudrait dire que la plus grande concentration est à gauche.

Il y a une asymétrie avec un étalement vers la gauche ou obliquité à droite si et seulement si $\bar{X} < Me < Mo$. Cela voudrait dire que la plus grande concentration est à droite.

Coefficients d'asymétrie

Pour mesurer l'asymétrie, on peut utiliser l'un des trois coefficients à savoir celui de Yule ; ou de Pearson et ou de Fisher.

Coefficient d'asymétrie de Yule

Il s'appuie sur les quartiles

$$S = \frac{(Q_3 - Me) - (Me - Q_1)}{(Q_3 - Me) + (Me - Q_1)}$$

$$S = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Me}{Q_3 - Q_1}$$

Q_1 = premier quartile, Q_3 = troisième quartile, Me = Médiane

Si $S = 0$, la distribution est symétrique ; Si $S > 0$, il y a asymétrie avec un étalement vers la droite. Si $S < 0$, il y a asymétrie avec un étalement vers la gauche.

Coefficients d'asymétrie de Pearson

Il combine dans son premier coefficient, les caractéristiques de tendance centrale et de dispersion

Premier coefficient de Pearson (s)

$$s = \frac{\bar{X} - Mo}{\sigma}$$

Si $S = 0$, la distribution est symétrique ; Si $S < 0$, il y a asymétrie avec un étalement vers la gauche ou obliquité à droite. Si $S > 0$, il y a asymétrie avec un étalement vers la droite ou obliquité à gauche.

Deuxième coefficient de Pearson (β_1)

Dans son second coefficient, il utilise les moments centrés.

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3}$$

β_1 est un carré parfait

$$\beta_1 = \left(\frac{\mu_3}{\sigma^3}\right)^2$$

$$\mu_3 = m_3 - 3m_1 m_2 + 2 m_1^3$$

$$\mu_2 = m_2 - m_1^2$$

$\beta_1=0$ symétrique

$\beta_1>0$ il y a asymétrie avec un étalement vers la droite.

Le coefficient d'asymétrie de Fisher

Il combine le moment centré d'ordre 3 et une caractéristique de dispersion

$$\delta_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$$

$\delta_1=0$ la distribution est symétrique. ; $\delta_1 > 0 \Rightarrow$ la distribution est asymétrique avec un étalement vers la droite. ; $\delta_1 < 0 \Rightarrow$ la distribution est asymétrique avec un étalement vers la gauche.

La mesure d'aplatissement

On utilise le coefficient d'aplatissement de Pearson ou celui de Fisher. Il permet de voir si la distribution étudiée est plus pointue ou plus aplatie que la distribution de référence.

Coefficient d'aplatissement de Pearson

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$$

Si $\beta_2 = 3$ la distribution est normale ; $\beta_2 < 3$ la distribution est plus aplatie que la normale ; $\beta_2 > 3$ la distribution est plus pointue que la normale.

Coefficient d'aplatissement de Fisher

$$\delta_2 = \beta_2 - 3$$

$$\delta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3$$

Si $\delta_2 = 0$ la distribution est normale ; $\delta_2 > 0$ la distribution est plus pointue que la normale ; $\delta_2 < 0$ la distribution est plus aplatie que la normale